



Matemática: 2º Trimestre

Sucesiones

1) Las siguientes sucesiones, ¿son sucesiones aritméticas? Si lo son, calcular su diferencia y escribir el término general:

a) 5; 8; 11; 14; 17;.....

c) 4; 1; -2; -5; -8;

b) -9; -5; -1; 3; 7;

d) 0,7; 2,3; 3,9; 5,5; 7,1; 8,7;

2) Las siguientes sucesiones, ¿son sucesiones geométricas? Si lo son, calcular su razón y escribir el término general. Si la razón verifica $|r| < 1$, calcular la suma de sus infinitos términos:

a) 2; 4; 8; 16; 32;

c) 0,2; 0,02; 0,002; 0,0002; 0,00002;

b) $\frac{1}{6}; \frac{1}{6^2}; \frac{1}{6^3}; \frac{1}{6^4}; \dots$

d) 1,2; 0,36; 0,108; 0,0324;

3) Escribir el término general de las sucesiones:

a) $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{4}{7}; \dots$

c) $\frac{1}{3}; \frac{3}{5}; \frac{9}{7}; \frac{27}{9}; \frac{81}{11}; \dots$

b) $\frac{1}{2}; \frac{4}{3}; \frac{9}{4}; \frac{16}{5}; \dots$

d) 0,3; 0,03; 0,003; 0,0003; 0,00003;

4) Indicar cuáles de las siguientes sucesiones son aritméticas, cuáles geométricas y cuáles no son de un tipo ni del otro:

a) -3; 3; -3; 3;

c) 3; 7; 11; 15;

b) 5; 5; 5; 5;

d) 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001;

En aquellas que sean sucesiones aritméticas o geométricas indicar el término general.

5) Dejamos caer una pelota desde una altura de 2 metros y, tras cada rebote, la altura alcanzada se reduce a la mitad de la altura anterior. Escribir la sucesión de las alturas y calcular su suma total

6) Dejamos caer un globo desde una altura de un metro y tarda en caer 4 segundos. Rebota y sube a una altura la mitad que la anterior, tardando en el rebote $\frac{1}{\sqrt{2}}$ del tiempo anterior y continua así sucesivamente. Formar la sucesión de tiempos. Representar gráficamente y calcular la suma de sus infinitos términos

7) Se construye en papel un triángulo equilátero de área 1 cm^2 . Se cortan las tres esquinas por los puntos medios de los lados y los dejamos sobre la mesa. En el nuevo triángulo se vuelve a hacer lo mismo; y así sucesivamente.

- a) Formar la sucesión de las áreas dejadas sobre la mesa.
- b) Formar la sucesión de las áreas que quedan en la mano.

8) Considerar la siguiente situación: 2 ciclistas se preparan para una competencia: Pablo comienza con 1000 metros, y todos los días agrega 1000 metros más, en tanto que Emilio empieza con 200 metros y cada día duplica lo hecho el día anterior. ¿Cuántos metros recorre cada uno el décimo día?

9) En una sucesión aritmética el 5^{to} término es $\frac{11}{3}$, el 7^{mo} es 7. Si tiene 13 términos calcular:
a) el primero; b) el último c) la suma de los trece.

10) En una sucesión geométrica el 8^{vo} término es $\frac{1}{4}$ y el 9^{no} 0,125. Si tiene 20 términos calcular: a) el primero; b) el último c) la suma de los veinte.

11) Un joven ahorra cada mes \$5 más que el mes anterior. En 5 años sus ahorros sumarán \$ 9330. Determinar a) lo que ahorró el primer mes. b) lo que ahorró el último mes.

12) Un padre proyecta colocar en un baúl \$ 1 el día que su hijo cumpla un año, e ir duplicando la cantidad sucesivamente en todos los cumpleaños. ¿Cuánto tendrá que colocar el día que su hijo cumpla 18 años? ¿Cuánto habrá en el baúl luego?

13) Una máquina costó \$ 9000. Se calcula que al final de cada año sufre una depreciación igual al 15 % del valor que tiene al principio de ese año. ¿Cuál será su valor al cabo de 5 años?

14) Las ganancias de 3 años de una empresa están en sucesión aritmética. El 1^{er} año ganó \$ 10.000 y el 3^{er} año \$ 24.000. ¿Cuál fue la ganancia del 2^{do} año?

15) En el 1^{er} mes de negocios una persona ganó \$ 500 y en el último ganó \$ 1.900. Si en cada mes ganó \$ 200 más que el mes anterior. ¿Cuántos meses tuvo el negocio?

16) Un hombre avanza en el 1^{er} segundo de su carrera 6 mts. y en cada segundo posterior avanza 25 cm. más que el anterior. Cuánto avanzó en el 8^{vo} segundo y qué distancia habrá recorrido en ese tiempo.

17) Hallar las longitudes de los lados de un triángulo, sabiendo que están en sucesión aritmética de razón igual a 6 cm. y que su perímetro es igual a 54 cm.

18) Una deuda debe ser pagada en 32 semanas; pagando \$ 5 la 1^{ra} semana, \$ 8 la 2^{da} semana, \$ 11 la 3^{ra} semana y así sucesivamente. Hallar el importe de la suma.

19) Los ahorros de los 3 primeros meses de una familia están en sucesión aritmética. Si en los 3 meses ha ahorrado \$ 2.400 y el 1^{er} mes ahorró la mitad de lo que ahorró el 2^{do} mes. ¿Cuánto ahorró cada mes?

20) El número de bacterias de un cultivo está aumentando un 25 % cada hora. Si al principio había 300000 ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 5 horas?

21) El valor de una mercadería se deprecia 4 % cada año. Su precio original fue de \$ 19000. ¿Cuánto valdrá al cabo de 4 años?

22) Una piedra dejada caer libremente desde la azotea de un edificio recorre 16,1 pies en el 1^{er} segundo y en cada segundo posterior recorre 32,2 pies más que el 2^{do} anterior. Si la piedra tarda 5 segundos en llegar al suelo. ¿Cuál es la altura del edificio?

23) Calcular las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que sus medidas expresadas en cm. son números que están en P.A. cuya razón es igual a 7.

26) Las ganancias mensuales de un comerciante durante 11 meses están en progresión aritmética. El 1^{er} mes ganó 1.180 \$ y el último 6.180 \$. ¿Cuánto más ganó en cada mes a partir del 2^{do} mes, que en el anterior?

Exponenciales

27) Una laguna contiene sedimentos uniformemente distribuidos que reducen la transmisión de la luz a través del agua. Dicha luminosidad se reduce en un 20% cada vez que se avanza 1 metro hacia la profundidad de la laguna, (es decir, cualquiera sea el nivel de profundidad en el que se encuentre el buzo, al descender un metro pierde el 20% de la luminosidad que tenía)

Un buzo está pronto a sumergirse en dicha laguna; si consideramos la intensidad de la luz (medida en unidades lumínicas), como de 100 unidades en la superficie,

- Realizar una tabla que indique la luminosidad para cada uno de los primeros 10 metros.
- ¿Se podrá decir qué intensidad de luz tendrá el buzo al bajar 0,5 m?
- Nuestro buzo en cuestión tiene instrumentos de medición que pueden detectar luz hasta una intensidad de 0,2 unidades lumínicas, teniendo en cuenta este dato, ¿podrá detectar luz si baja a 20 m?
- ¿Hasta qué profundidad podrá descender con su instrumental y aún detectar cierta luminosidad?

28) Encontrar la fórmula de una función exponencial $f(x) = k \cdot a^x$ que cumpla con las condiciones pedidas en cada caso:

- a) $k = \frac{3}{2}$ y pasa por el punto $\left(2; \frac{3}{5}\right)$
- b) Pasa por los puntos $(0; -3)$ y $(-1; -12)$
- c) Corta al eje de las ordenadas en $y = -2$ y pasa por el punto $\left(-1; -\frac{2}{e}\right)$
- d) Pasa por los puntos $(1; 1)$ y $(2; 3)$
- e) Pasa por los puntos $(6; -1)$ y $(3; -8)$

29) Las bacterias se reproducen muy rápido, siempre que tengan alimento suficiente. En un instante determinado sembramos 50 bacterias en un cultivo. Estas bacterias se reproducen, duplicándose cada 25 minutos. ¿Cuanto tiempo hace falta para que la cantidad de bacterias sea mayor a 10 millones?

30) Determinar la función $f(x) = k \cdot a^x$ sabiendo que la gráfica pasa por los puntos $(0, 5)$ y $\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{4}\right)$.

- a) Calcular x para $y = 10$ y calcular y para $x = 3/2$.
- b) Representar gráficamente la función y determinar imagen.

31) Una pelota de goma se deja caer desde una altura de 1 m. Cada vez que rebota contra el piso pierde un 10% de altura.

- a) ¿Qué expresión describe este fenómeno?
- b) ¿Qué altura alcanza la pelota después de 5 rebotes?
- c) ¿Cuántos rebotes son necesarios para que este a 20 cm del suelo?

32) Las bacterias se reproducen muy rápido, siempre que tengan alimento suficiente. En un instante determinado sembramos 50 bacterias en un cultivo. Estas bacterias se reproducen, duplicándose cada 30 minutos.

- a) ¿Cuanto tiempo hace falta para que la cantidad de bacterias sea mayor a 10 millones?
- b) ¿En qué porcentaje crecieron, si paso una hora?

33) Determinar la expresión de la curva exponencial de la forma $f(x) = k \cdot a^x$ que pasa por $(2; -4/9)$ y $(-1; -12)$

34) Se está combatiendo una plaga con un insecticida que elimina el 40% de los insectos por día. Se calculó que inicialmente había 10000 ejemplares:

a) ¿Qué fórmula permite conocer la cantidad de insectos vivos que quedan al finalizar cada día?

b) ¿Cuántos insectos habrá al cabo de 7 días?

c) ¿Cuántos días deben pasar para que haya menos de 10 insectos?

35) Los biólogos han determinado que bajo condiciones ideales, el número de bacterias en un cultivo crece exponencialmente. Suponga que inicialmente, están presentes en un cierto cultivo 2000 bacterias y que 20 minutos después están presentes 6000. ¿Cuántas estarán presentes al final de una hora?

36) Determinar la expresión de la curva de la forma $f(x) = k \cdot a^x$ pase por los puntos $(-1; 0,02)$ y $(-2; 0,002)$

37) Analizar la fórmula de cada función exponencial y determinar: la imagen, la asíntota, la ordenada al origen y si se trata de una función creciente o decreciente

a) $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x - 5$

b) $f(x) = (-2) \cdot 4^x$

c) $f(x) = 4^x + 1$

38) Hallar el valor de x , que cumple:

a) $9^{2x+1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\sqrt[x+1]{2^{x+4}} = \sqrt[x]{2^{x+2}}$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-\frac{1}{x}} = \frac{2}{5}$

b) $7^{x^2-5x+6} = 1$

d) $3 \cdot 5^{x-1} - 2 \cdot 5^x + 5^{x+1} = \left(\frac{125}{18}\right)^{-1}$

39) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 3 \cdot 5^x + 2 \cdot 6^{y+1} = 507 \\ 15 \cdot 5^x - 6^y = 339 \end{cases}$$

40) Hallar el valor de x , que cumple:

a) $9^{2x+1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\sqrt[x+1]{2^{x+4}} = \sqrt{x}2^{x+2}$

b) $10^{x-2} + 10^{x-4} + 10^{x-2} = 20100$

d) $\frac{4^{x+1}}{2^{x+2}} = 128$

41) Hallar el valor de x en las siguientes ecuaciones

a) $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = \frac{13}{9}$

c) $4^{x+3} \cdot 8^{2x-1} = \sqrt{2}$

b) $2^{4x} - 2^{2x} - 12 = 0$

d) $2^{x-1}\sqrt{3^{x-3}} = \sqrt{27}$

42) Dada la función $f(x) = (-2) \cdot 3^x$ dar las modificaciones para que: cumpla

- Sea simétrica con respecto al eje x
- Sea simétrica a la gráfica original con respecto al eje y
- Su conjunto imagen sea $(1, \infty)$