2017

INSTITUTO SANTA CECILIA

Matemática – 5to Año “A” “B” “C”

Docentes a cargo: Prof. María Florencia Agüero y Prof. Jeannett Rosso

Apellido y Nombre del alumno: ……………………………………………………………..

CONTENIDOS DESARROLLADOS EN EL MÓDULO

Geometría y Álgebra

Semejanza. Cuerpos semejantes. Relación entre áreas y volumen. Longitudes, perímetros, áreas y volúmenes de figuras semejantes.

Secciones cónicas. Distancias en el plano cartesiano. La elipse. Concepto y elementos de la elipse. Ecuación de la elipse con centro en el origen. Ecuaciones principal y general de la elipse.

Número y Operaciones

Sucesiones. Concepto de sucesiones. Sucesiones aritméticas. Diferencia. Suma de las sucesiones aritméticas. Sucesiones geométricas. Razón. Suma de las sucesiones geométricas. Sucesiones divergentes. Sucesiones convergentes. Problemas con sucesiones.

Álgebra y Funciones

Funciones exponenciales y logarítmicas. Introducción. La función exponencial. La curva exponencial. Ecuaciones exponenciales. Logaritmos. Dominio de la función. Propiedades. Ecuaciones logarítmicas. Aplicación de las propiedades de los logaritmos. Sistemas de ecuaciones. Problemas.

Probabilidad y Estadística

Probabilidad y Estadística. Muestra y población. Recolección, clasificación y representación de datos estadísticos. Frecuencia. Parámetros estadísticos: medidas de centralización: media, mediana y moda, y medidas de dispersión: desviación media, rango y varianza. Uso de calculadoras.

Bibliografía:

- Santillana Prácticas Matemática V – Para resolver problemas. Editorial Santillana.
- Carpeta de Matemática 2. Editorial Aique.
- Matemática 5 – Activados. Editorial Puerto de Palos.
- Matemática 5 ES. Editorial Tinta Fresca.

Criterios:

- Interpretación correcta de las consignas.
- Aplicación adecuada y rigurosa de los conceptos vistos durante el año.
- Resolución coherente de las situaciones problemáticas integradas.
- Claridad, completitud y precisión de los desarrollos solicitados y en las respuestas.

ACTIVIDADES

Semejanza

1) Un rectángulo tiene una diagonal de $75\,m$. Calcular sus dimensiones, sabiendo que es semejante a otro rectángulo de lados $36\,m$ y $48\,m$.

2) La razón de semejanza de dos figuras es 6, determinar la relación de sus áreas. Si la pequeña mide $10\,cm^2$, calcular el área de la figura más grande.

3) El volumen de una esfera es de $1000\,cm^3$. Calcular el volumen de otra esfera que duplique el radio.

4) Una escultura de $100\,cm$ de altura pesa $2500\,gr$. ¿Cuánto pesará una reproducción del mismo material y de $220\,cm$ de altura?

5) Una manguera de jardín tiene un radio de $1{,}2\,cm$. Queremos comprar otra manguera que tire el doble de agua, calcular el radio que debe tener.

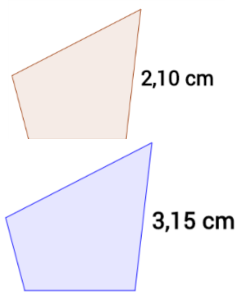
6) El área de dos círculos es $25\,m^2$ y $50\,m^2$. Calcular la razón de semejanza.

7) Si queremos dibujar una circunferencia de longitud cinco veces más grande que una circunferencia de radio $7\,cm$, ¿Cuánto medirá el radio?, ¿Cuánto medirá la longitud? y ¿Cuánto medirá el área?

8) Si queremos dibujar un círculo de área cinco veces más grande que un círculo de radio $7\,cm$, ¿Cuánto tiene que medir el radio?

9) Dibujar un rectángulo de 4 cuadrados de largo por 2 de ancho. Utilizando figuras homotéticas, ampliar el rectángulo dibujado al triple.

10) Dos depósitos son semejantes entre ellos, uno de ellos mide $2\,m^3$ y el otro $250\,m^3$, calcular la razón de semejanza. Si el pequeño tiene un área de $10\,m^2$, ¿Qué área tiene el deposito grande?



11) Las dos figuras de la imagen son semejantes, ¿Cuál es la razón de semejanza entre sus áreas?

12) Por el aniversario de lanzamiento de una marca de galletitas, la empresa quiere transformar la manga de salida de los jugadores de fútbol en una reproducción del paquete de galletitas. El paquete real tiene $20\,cm$ de largo y $5\,cm$ de diámetro. El área lateral de la manga es de $25{,}12\,m^2$. ¿Cuál es la razón de semejanza entre los dos cilindros?

13) Dos pentágonos semejantes tienen áreas de $7\,cm^2$ y $49\,cm^2$, respectivamente. ¿Cuál es la razón de semejanza entre sus lados?

14) Dos botellas de agua son semejantes y una es el doble de la otra. Si el volumen de la pequeña es $0{,}5\,dm^3$. ¿Cuál es el volumen de la botella más grande?

15) Una hoja de papel tiene unas dimensiones de $420\,x\,297\,mm$. Si la doblas por la mitad se obtienen dos rectángulos. Comprobar que no son semejantes a la hoja original, pero por muy poco.

16) Un tetraedro regular tiene una arista de $3\ cm$. ¿Qué arista y que área tiene otro tetraedro que tenga volumen 3 veces mayor?

Elipse

17) Determinar la ecuación de cada elipse, conocidos los siguientes elementos.

a) $F_1 = (0\ ;\ 2)\ ;\ F_2 = (\ 0\ ;\ -2)\ ; a = 4$

b) $F_1 = (5\ ;\ 0)\ ;\ F_2 = (-5\ ;\ 0)\ ; e = \frac{5}{8}$

c) $F_1 = (5\ ;\ 0)\ ;\ F_2 = (-5\ ;\ 0)\ ;\ eje\ mayor = 4$

d) $F_1 = (0\ ;\ 2)\ ;\ F_2 = (\ 0\ ;\ -2)\ ; eje\ menor = 4\sqrt{2}$

18) Determinar los elementos de cada una de las siguientes elipses.

a) $9x^2 + 25y^2 + 18x + 50y - 191 = 0$

b) $36x^2 + 11y^2 + 144x + 44y - 208 = 0$

c) $x^2 + 5y^2 - 2x + 20y + 15 = 0$

19) Determinar la ecuación de la elipse con los elementos dados en cada caso.

a) $C = (2\ ;\ -3),\ eje\ mayor = 8,\ l.r. = \frac{9}{2},\ eje\ focal\ paralelo\ al\ eje\ y.$

b) $C = (4\ ;\ -1),\ F = (1\ ;\ -1)\ y\ pasa\ por\ el\ punto\ (8\ ;\ 0).$

c) $C = (8\ ;\ -3),\ eje\ mayor = 12, e = \frac{2}{3}\ , eje\ focal\ paralelo\ al\ eje\ x.$

20) Determinar la ecuación de la elipse con vértices en $(-2\ ;\ 4)$ y $(6\ ;\ 4)$, y $eje\ menor = 4$.

21) Hallar la ecuación del lugar geométrico de los puntos $P = (x\ ;\ y)$ cuya suma de distancias a los puntos fijos $(4\ ;\ 2)$ y $(-2\ ;\ 2)$ sea igual a 8.

22) Determinar el centro, los vértices, los focos y dibujar la elipse que tiene por ecuación:

a) $4x^2 + y^2 - 16x + 2y + 13 = 0$

b) $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 5 = 0$

23) Hallar la ecuación de la elipse de foco $F = (7\ ;\ 2)$, de vértice $V = (9\ ;\ 2)$ y de centro $C = (4\ ;\ 2)$.

24) Hallar todos los elementos de las siguientes elipses y dibujarlas

a) $5x^2 + 3y^2 - 20x + 6y + 8 = 0$

b) $x^2 + 16y^2 + 8x + 64y + 64 = 0$

Estadística

25) Estas son los puntajes obtenidos por los 100 candidatos que se presentaron a un concurso.

38	51	32	65	25	28	34	12	29	43
71	62	50	37	8	24	19	47	81	53
16	62	50	37	4	17	75	94	6	25
55	38	46	16	72	64	61	33	59	21
13	92	37	43	58	52	88	27	74	66
63	28	36	19	56	84	38	6	42	50
98	51	62	3	17	43	47	54	58	26
12	42	34	68	77	45	60	31	72	23
18	22	70	34	5	59	20	68	55	49
33	52	14	40	38	54	50	11	41	76

a) Presenta dichos datos en una tabla de intervalos de clase, a partir de 0, con amplitud 10.
b) ¿Qué cantidad de candidatos obtuvieron menos de 60 puntos?
c) ¿Qué fracción de ellos tiene más de 40 puntos?
d) ¿Qué porcentaje de ellos obtuvo más de 70 puntos?
e) Construir un histograma y el polígono de frecuencias.

26) En la oficina de un diario, el tiempo que se tarda en imprimir la primera plana fue registrado durante 50 días. A continuación se transcriben los datos, aproximados a décimas de minuto.

20,8	22,8	21,9	22,0	20,7	20,9	25,0	22,2	22,8	20,1
25,3	20,7	22,5	21,2	23,8	23.3	20,9	22,9	23,5	19,5
23,7	20,3	23,6	19,0	25,1	25,0	19,5	24,1	24,2	21,8
21,3	21,5	23,1	19,9	24,2	24,1	19,8	23,9	22,8	23,9
19,7	24,2	23,8	20,7	23,8	24,3	21,1	20,9	21,6	22,7

a) Construir con los datos una tabla de distribución de frecuencia, usando intervalos de $0,8$ minutos.
b) Construir un polígono de frecuencias.
c) Construir una ojiva.
d) Por medio de la ojiva estime que porcentaje de veces la primera plana del periódico puede imprimirse en menos de 24 minutos.

27) En una fábrica de caramelos, para realizar el control de calidad, se pesaron individualmente 1000 caramelos de la producción. Los pesos obtenidos se procesaron en las clases que indica la siguiente tabla.

Peso	$[1,04; 1,06)$	$[1,06; 1,08)$	$[1,08; 1,10)$	$[1,10; 1,12)$	$[1,12; 1,14)$	$[1,14; 1,16)$	$[1,16; 1,18)$	$[1,18; 1,20)$
Frecuencia	20	18	24	43	65	86	118	127

Peso	$[1,20; 1,22)$	$[1,22; 1,24)$	$[1,24; 1,26)$	$[1,26; 1,28)$	$[1,28; 1,30)$	$[1,30; 1,32)$	$[1,32; 1,34)$
Frecuencia	130	122	90	65	52	25	15

a) Hallar media, mediana y moda.
b) Hallar varianza y desvío estándar, ¿Es la muestra homogénea?

28) La siguiente distribución, corresponde a las notas finales obtenidas por un curso de 30 personas en un curso de estadística.

X_i	1	2	3	4	5	6	7
F_a	3	6	7	7	3	0	4

Calcular:
a) Media, mediana y moda.
b) Varianza, desviación estándar y coeficiente de dispersión de las notas.

29) La muestra que sigue corresponde a la antigüedad que tienen los usuarios de un proveedor de Internet (en años).

$2,88 – 1,19 – 2,89 – 1,31 – 2,60 – 2,68 – 0,05 – 1,94 – 1,88 – 0,66 – 1,84 – 1,98 – 2,29 – 0,02 – 0,66 – 0,40 – 1,49 – 0,27 – 0,04 – 2,50 – 1,51 – 2 – 2,20 – 1,09 – 2,89 – 0,99$

a) Armar la tabla de frecuencias con intervalos de amplitud $0,5$.
b) Construir un histograma y un polígono de frecuencia.
c) Construir la ojiva de frecuencias.
d) ¿Qué porcentaje de usuarios tiene al menos un año de antigüedad?
e) Hallar las medidas de centralización.
f) Hallar las medidas de dispersión, ¿Es la muestra homogénea?

30) La siguiente muestra corresponde al gasto de gas de 10 casas en el $3er$. bimestre, en m^3.

145	874	92	274	531	259	370	252	82	148

a) Calcular el gasto promedio y la varianza en m^3.
b) Si el costo de gas por m^3 es $\$0,135$ y un cargo fijo de $\$7,52$, ¿Cuál es el costo promedio?

31) En una gran empresa se determinó la ausencia de personal, durante 15 días.

$$9 - 10 - 13 - 12 - 10 - 11 - 8 - 7 - 6 - 10 - 7 - 10 - 9 - 7 - 10$$

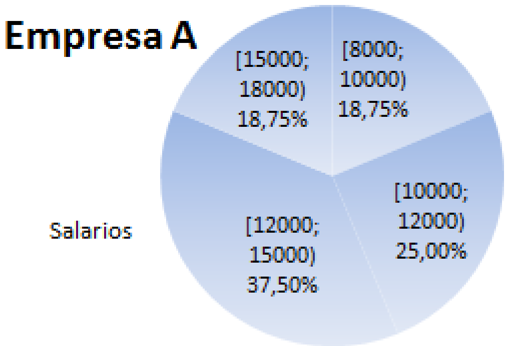
a) Con los datos anteriores calcular media, mediana y moda.
b) Si la empresa por un régimen de presentismo, disminuye la ausencia un 10% de las ausencias anteriores, ¿Cuál es la nueva media?

32) Una entidad bancaria dispone de 50 sucursales en el territorio nacional y ha observado el número de empleados que hay en cada una de ellas. Las observaciones fueron las que se detallan a continuación.

12	10	9	11	15	16	9	10	10	11	12	13	14	15	11	11	12
11	8	11	12	12	12	15	13	21	10	20	13	14	18	19	18	10
17	17	16	16	15	14	12	9	13	13	11	12	10	20	16	8	

a) Armar la tabla de frecuencias, en clases de amplitud 3.
b) ¿Qué porcentaje de sucursales tiene menos de 15 empleados?
c) Hallar las medidas de centralización.
d) Hallar las medidas de dispersión, ¿Es homogénea?

33) El gráfico y la tabla, muestran los salarios de los empleados de dos empresas. Establecer, con base estadística, en cuál de las empresas el salario está repartido de forma más equitativa.



EMPRESA B	
Salarios	Personas
$[8000;\ 11000)$	34
$[11000;\ 14000)$	26
$[14000;\ 17000)$	20

Sucesiones

34) Las siguientes sucesiones, ¿Son sucesiones aritméticas? Si lo son, calcular su diferencia y escribir el término general.

a) $5;\ 8;\ 11;\ 14;\ 17;\ldots\ldots$
b) $-9;\ -5;\ -1;\ 3;\ 7;\ldots\ldots$
c) $4;\ 1;\ -2;\ -5;\ -8;\ldots\ldots$
d) $0,7;\ 2,3;\ 3,9;\ 5,5;\ 7,1;\ 8,7;\ldots\ldots$

35) Las siguientes sucesiones, ¿Son sucesiones geométricas? Si lo son, calcular su razón y escribir el término general. Si la razón verifica $|r| < 1$, calcular la suma de sus infinitos términos.

a) $2;\ 4;\ 8;\ 16;\ 32;\ldots\ldots$
b) $\frac{1}{6};\ \frac{1}{6^2};\ \frac{1}{6^3};\ \frac{1}{6^4};\ldots\ldots$
c) $0,2;\ 0,02;\ 0,002;\ 0,0002;\ 0,00002;\ldots\ldots$
d) $1,2;\ 0,36;\ 0,108;\ 0,0324;\ldots\ldots$

36) Escribir el término general de las sucesiones.

a) $1;\ \frac{2}{3};\ \frac{3}{5};\ \frac{4}{7};\ldots\ldots$
c) $\frac{1}{3};\ \frac{3}{5};\ \frac{9}{7};\ \frac{27}{9};\ \frac{81}{11};\ldots\ldots$

b) $\frac{1}{2}; \frac{4}{3}; \frac{9}{4}; \frac{16}{5}; \dots \dots$

d) $0,3;\ 0,03;\ 0,003;\ 0,0003;\ 0,00003; \dots \dots$

37) Indicar cuáles de las siguientes sucesiones son aritméticas, cuáles geométricas y cuáles no son de un tipo ni del otro. En aquellas que sean sucesiones aritméticas o geométricas indicar el término general.

a) $-3;\ 3;\ -3;\ 3; \dots \dots$

b) $5;\ 5;\ 5;\ 5; \dots \dots$

c) $3;\ 7;\ 11;\ 15; \dots \dots$

d) $0,1;\ 0,01;\ 0,001;\ 0,0001; \dots \dots$

38) Dejamos caer una pelota desde una altura de 2 metros y, tras cada rebote, la altura alcanzada se reduce a la mitad de la altura anterior. Escribir la sucesión de las alturas y calcular su suma total.

39) Dejamos caer un globo desde una altura de un metro y tarda en caer 4 segundos. Rebota y sube a una altura la mitad que la anterior, tardando en el rebote $\frac{1}{\sqrt{2}}$ del tiempo anterior y continua así sucesivamente. Formar la sucesión de tiempos. Calcular la suma de sus infinitos términos.

40) Se construye en papel un triángulo equilátero de área $1\ cm^2$. Se cortan las tres esquinas por los puntos medios de los lados y los dejamos sobre la mesa. En el nuevo triángulo se vuelve a hacer lo mismo; y así sucesivamente.

a) Formar la sucesión de las áreas dejadas sobre la mesa.

b) Formar la sucesión de las áreas que quedan en la mano.

41) Considerar la siguiente situación: 2 ciclistas se preparan para una competencia. Pablo comienza con 1000 metros, y todos los días agrega 1000 metros más, en tanto que Emilio empieza con 200 metros y cada día duplica lo hecho el día anterior. ¿Cuántos metros recorre cada uno el décimo día?

42) En una sucesión aritmética el 5^{to} término es $\frac{11}{3}$, el 7^{mo} es 7. Si la sucesión tiene 13 términos, calcular el primero, el último y la suma de los trece.

43) En una sucesión geométrica el 8^{vo} término es ¼ y el 9^{no} 0,125. Si tiene 20 términos calcular: a) el primero; b) el último c) la suma de los veinte.

44) Un joven ahorra cada mes $\$5$ más que el mes anterior. En 5 años sus ahorros sumarán $\$\ 9330$. Determinar lo que ahorró el primer mes y lo que ahorró el último mes.

45) Un padre proyecta colocar en un baúl $\$\ 1$ el día que su hijo cumpla un año, e ir duplicando la cantidad sucesivamente en todos los cumpleaños. ¿Cuánto tendrá que colocar el día que su hijo cumpla 18 años? ¿Cuánto habrá en el baúl luego?

46) Una máquina costó $\$\ 9000$. Se calcula que al final de cada año sufre una depreciación igual al $15\ \%$ del valor que tiene al principio de ese año. ¿Cuál será su valor al cabo de 5 años?

47) Las ganancias de 3 años de una empresa están en sucesión aritmética. El 1^{er} año ganó $\$\ 10.000$ y el 3^{er} año $\$\ 24.000$. ¿Cuál fue la ganancia del 2^{do} año?

48) En el 1^{er} mes de negocios una persona ganó $\$\ 500$ y en el último ganó $\$\ 1.900$. Sí en cada mes ganó $\$\ 200$ más que el mes anterior. ¿Cuántos meses tuvo el negocio?

49) Un hombre avanza en el 1er segundo de su carrera $6\,mts$. y en cada segundo posterior avanza $25\,cm$. más que el anterior. Calcular cuánto avanzó en el 8vo segundo y qué distancia habrá recorrido en ese tiempo.

50) Hallar las longitudes de los lados de un triángulo, sabiendo que están en sucesión aritmética de razón igual a $6\,cm$. y que su perímetro es igual a $54\,cm$.

51) Una deuda debe ser pagada en 32 semanas; pagando $\$\,5$ la 1ra semana, $\$\,8$ la 2da semana, $\$\,11$ la 3ra semana y así sucesivamente. Hallar el importe de la suma.

52) Los ahorros de los 3 primeros meses de una familia están en sucesión aritmética. Sí en los 3 meses ha ahorrado $\$\,2.400$ y el 1er mes ahorró la mitad de lo que ahorró el 2do mes. ¿Cuánto ahorró cada mes?

53) El número de bacterias de un cultivo está aumentando un $25\,\%$ cada hora. Si al principio había 300000, ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 5 horas?

54) El valor de una mercadería se deprecia $4\,\%$ cada año. Su precio original fue de $\$\,19000$. ¿Cuánto valdrá al cabo de 4 años?

55) Una piedra dejada caer libremente desde la azotea de un edificio recorre $16{,}1\,pies$ en el 1er segundo y en cada segundo posterior recorre $32{,}2\,pies$ más que el segundo anterior. Sí la piedra tarda 5 segundos en llegar al suelo. ¿Cuál es la altura del edificio?

56) Calcular las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que sus medidas expresadas en cm. son números que están en $P.A$. cuya razón es igual a 7.

57) Las ganancias mensuales de un comerciante durante 11 meses están en progresión aritmética. El 1er mes ganó $1.180\,\$$ y el último $6.180\,\$$. ¿Cuánto más ganó en cada mes a parir del 2do mes, que en el anterior?

Exponencial

58) Una laguna contiene sedimentos uniformemente distribuidos que reducen la transmisión de la luz a través del agua. Dicha luminosidad se reduce en un 20% cada vez que se avanza 1 metro hacia la profundidad de la laguna, (es decir, cualquiera sea el nivel de profundidad en el que se encuentre el buzo, al descender un metro pierde el 20% de la luminosidad que tenía). Un buzo está pronto a sumergirse en dicha laguna; si consideramos la intensidad de la luz (medida en unidades lumínicas) como de 100 unidades en la superficie.

a) Realizar una tabla que indique la luminosidad para cada uno de los primeros 10 metros.
b) ¿Se podrá indicar qué intensidad de luz tendrá el buzo al bajar $0{,}5\,m$?
c) Nuestro buzo en cuestión tiene instrumentos de medición que pueden detectar luz hasta una intensidad de $0{,}2$ unidades lumínicas, teniendo en cuenta este dato, ¿Podrá detectar luz si baja a $20\,m$?
d) ¿Hasta qué profundidad podrá descender con su instrumental y aún detectar cierta luminosidad?

59) Encontrar la fórmula de una función exponencial $f(x) = k.a^x$ que cumpla con las condiciones pedidas en cada caso.

a) $k = \frac{3}{2}$ y pasa por el punto $\left(2\,;\,\frac{3}{5}\right)$.
b) Pasa por los puntos $(\,0\,;\,-3\,)$ y $(\,-1\,;\,-12\,)$.
c) Corta al eje de las ordenadas en $y = -2$ y pasa por el punto $\left(-1\,;\,-\frac{2}{e}\right)$.

d) Pasa por los puntos $(1\,;\,1)$ y $(2\,;\,3)$.
e) Pasa por los puntos $(6\,;\,-1)$ y $(3\,;\,-8)$.

60) Las bacterias se reproducen muy rápido, siempre que tengan alimento suficiente. En un instante determinado sembramos 50 bacterias en un cultivo. Estas bacterias se reproducen, duplicándose cada 25 minutos. ¿Cuanto tiempo hace falta para que la cantidad de bacterias sea mayor a 10 millones?

61) Determinar la función $f(x) = k.a^x$ sabiendo que la gráfica pasa por los puntos $(0\,;\,5)$ y $\left(\frac{2}{3}\,;\,\frac{5}{4}\right)$.

a) Calcular x para $y = 10$ y calcular y para $x = \frac{3}{2}$.
b) Representar gráficamente la función y determinar imagen.

62) Una pelota de goma se deja caer desde una altura de $1\,m$. Cada vez que rebota contra el piso pierde un 10% de altura.

a) ¿Qué expresión describe este fenómeno?
b) ¿Qué altura alcanza la pelota después de 5 rebotes?
c) ¿Cuántos rebotes son necesarios para que este a $20\,cm$ del suelo?

63) Las bacterias se reproducen muy rápido, siempre que tengan alimento suficiente. En un instante determinado sembramos 50 bacterias en un cultivo. Estas bacterias se reproducen, duplicándose cada 30 minutos.

a) ¿Cuanto tiempo hace falta para que la cantidad de bacterias sea mayor a 10 millones?
b) ¿En qué porcentaje crecieron, si paso una hora?

64) Determinar la expresión de la curva exponencial de la forma $f(x) = k.a^x$ que pasa por $\left(2\,;\,-\frac{4}{9}\right)$ y $(-1\,;\,-12)$.

65) Se está combatiendo una plaga con un insecticida que elimina el 40% de los insectos por día. Se calculó que inicialmente había 10000 ejemplares.

a) ¿Qué fórmula permite conocer la cantidad de insectos vivos que quedan al finalizar cada día?
b) ¿Cuántos insectos habrá al cabo de 7 días?
c) ¿Cuántos días deben pasar para que haya menos de 10 insectos?

66) Determinar la expresión de la curva de la forma $f(x) = k.a^x$ que pasa por los puntos $(-1;\ 0{,}02)$ y $(-2;\ 0{,}002)$.

67) Hallar el valor de x que cumple cada una de las siguientes ecuaciones.

a) $9^{2x+1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $\sqrt[x+1]{2^{x+4}} = \sqrt[x]{2^{x+2}}$ e) $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} . \left(\frac{5}{2}\right)^{-\frac{1}{x}} = \frac{2}{5}$

b) $7^{x^2-5x+6} = 1$ d) $3.5^{x-1} - 2.5^x + 5^{x+1} = \left(\frac{125}{18}\right)^{-1}$

68) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 3.5^x + 2.6^{y+1} = 507 \\ 15.5^x - 6^y = 339 \end{cases}$

69) Hallar el valor de x que cumple cada una de las siguientes ecuaciones.

a) $\sqrt[x+1]{2^{x+4}} = \sqrt[x]{2^{x+2}}$ b) $10^{x-2} + 10^{x-4} + 10^{x-2} = 20100$ c) $\frac{4^{x+1}}{2^{x+2}} = 128$

70) Hallar el valor de x que verifica las siguientes ecuaciones.

a) $3^{x+2}+3^{x+1}+3^{x}=\frac{13}{9}$

b) $2^{4x}-2^{2x}-12=0$

c) $4^{x+3}-8^{2x-1}=\sqrt{2}$

d) $\sqrt[2x-1]{3^{x-3}}=\sqrt{27}$

71) Hay 4 litros de una sustancia líquida que evapora en forma continua la mitad de su volumen por hora.

a) Encontrar una expresión que relacione el volumen del líquido con el tiempo transcurrido.

b) ¿Al cabo de cuánto tiempo quedará $0{,}0625\ litros$ del líquido?

c) ¿Qué volumen de líquido quedará luego de un día entero?

72) Dados los puntos $(-1;\ -15)$ y $(2\ ;\ -5/9)$, pertenecientes a la función exponencial $f(x)=k.a^{x}$.

a) Determinar la expresión de la curva.

b) Determinar y, cuando x es igual a 4. Determinar x cuando $y=-20$.

73) En un cultivo de laboratorio tenemos una población inicial de 2000 colonias de bacterias. Las colonias disminuyen en un $7\ \%$ por hora. Determinar la función exponencial que rige este proceso. ¿Cuántas bacterias habrá dentro de 8 horas?

Logaritmos

74) Si $\log_b p=3{,}6$ con $b\in\mathbb{R}^{+}-\{1\}$ y $p\in\mathbb{R}^{+}$, calcular aplicando propiedades.

a) $\log_b(p.b)$

b) $\log_b(b:p)$

c) $\log_b p^{5}$

d) $\log_b \sqrt[6]{p}$

e) $\log_b\left(\frac{1}{p}\right)$

f) $\log_b(b.p)^{\ 3}$

g) $\log_b(p^{4}.b^{2})$

h) $\log_b \sqrt[4]{p^{3}:b^{5}}$

75) Determinar el valor de x en cada ecuación, siempre que sea posible.

a) $\log_5 x=0$

b) $\log_6 x=-1$

c) $\log_8 x=\frac{1}{3}$

d) $\log_x 16=2$

e) $\log_x 16=-4$

f) $\log_x 1=1$

g) $\ln x=2$

h) $\log_x\sqrt{5}=2$

76) Dada la función $f(x)=\log_5(1-x)$, hallar su dominio.

77) Sabiendo que $\log_2 5\cong 2{,}3$ calcular, utilizando las propiedades, los siguientes valores logaritmos.

a) $\log_2 10$

b) $\log_2\sqrt{5}$

c) $\log_2 25$

78) Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas.

a) $\log_9(x+1)+\log_9 9(x+1)=2$

b) $\log(x+1)-\log x=\log 3$

c) $10\log_5 x-5\log_5 x=-5$

d) $\log_x 10=\frac{1}{4}$

79) Una partícula se mueve con una velocidad $S(t) = c.e^{-kt}$ donde $c = 16$ unidades por minuto y $k = 0{,}345$. Hallar el valor de t cuando la velocidad es de 10 unidades por minuto.

80) Dada la función $f(x) = \log_3(x^2 - 9)$, hallar el dominio de la función.

81) Sabiendo que $\log 2 = 0{,}301$ y que $\log 3 = 0{,}477$, calcular utilizando estos datos y las propiedades, los siguientes valores.

a) $\mathrm{Log}\ 6$
b) $\log 1{,}5$
c) $\log \sqrt[5]{24}$

82) Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas.

a) $\log x + \log(x+3) = \log 40$
b) $\log_x(20x - 4) - \log_x 25 = 2$
c) $\log_2(x-2) + \log_4(x-2) + \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 2$

83) Una sustancia radioactiva se desintegra de acuerdo a la fórmula $r(t) = c.e^{-7t}$ donde c es una constante. ¿En cuánto tiempo habrá un tercio de la cantidad inicial?

84) Resolver el siguiente sistema: $\begin{cases} \log_3(x+2y) = 5 \\ \log_3(x-y) = 1 \end{cases}$

85) Reducir las expresiones a un único logaritmo.

a) $\frac{2}{3}[\log(a+b) + \log(a-b) - 1]$ b) $\log a + \frac{1}{2}\log b - 2\log c$

86) Sabiendo que $\ln a = 0{,}6$ y $\ln b = 2{,}4$. Calcular, utilizando propiedades.

a) $\ln \frac{a^2}{\sqrt[3]{b}}$ b) $\ln \sqrt{ab}$ c) $\ln \sqrt[3]{\frac{ab}{e^2}}$

87) Definir el dominio de las siguientes funciones y graficarlas en el mismo sistema de ejes cartesianos. $f(x) = \log_2 x$ $g(x) = \log_2(x+1)$

88) Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $\log_3\left(\frac{x}{2} - 1\right) - \log_3(2x+2) = 0$ c) $10\log x - 5\log x + 5 = 0$
b) $\frac{\log_5(16 - x^2)}{\log_5(3x-4)} = 2$ d) $5^{2x-3} = 2^{2-4x}$

89) Resolver el siguiente sistema: $\begin{cases} \log_3 x - \log_3 y = 1 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$

INSTITUTO SANTA CECILIA – MATEMÁTICA – Diciembre 2016

Criterios de evaluación:
- Interpretación correcta de las consignas.
- Aplicación adecuada y rigurosa de los conceptos vistos durante el año.
- Traducir situaciones problemáticas a lenguaje simbólico.
- Claridad, completitud y precisión de los desarrollos solicitados y en las respuestas.

Ejercicio 1 (1 pto.)

Dado un rectángulo cuya diagonal mide $10\ m$.

a) Calcular sus dimensiones, sabiendo que es semejante a otro rectángulo de lados $24\ m$ y $18\ m$.

b) Calcular el área de otro rectángulo semejante sabiendo que la razón de semejanza entre ambos es 6.

Ejercicio 2 (1,5 ptos.)

Hallar la ecuación principal y general de la elipse cuyo centro es el punto $(0\ ,1)$, uno de los vértices tiene por coordenadas $(0\ ,\ 6)$ y su excentricidad es $\frac{4}{5}$. Graficar y hallar las coordenadas de los focos y los vértices.

Ejercicio 3 (1,5 ptos.)

El quinto término de una sucesión aritmética es 17 y el segundo es 5. Hallar el término general y la suma de los 20 primeros términos.

Ejercicio 4 (1,5 ptos.)

Dados los puntos $\left(-2\ ,\ \frac{1}{27}\right)$ y $(6\ ,\ 243)$ pertenecientes a la función exponencial $f(x) = k\ .\, a^x$:

a) Determinar la expresión de la curva.

b) Determinar y, cuando x es igual a -5 y determinar x, cuando y es igual a 729.

Ejercicio 5 (1,5 ptos.)

Resolver el siguiente sistema: $\begin{cases} \frac{2^x}{2^y} = 16 \\ \log(x+y) + \log(x-y) = \log 56 \end{cases}$

Ejercicio 6 (1,5 ptos.)

Resolver las siguientes ecuaciones: a) $\frac{\log\,(9+\mathrm{x}^2)}{\log\,(4\mathrm{x}+3)} = 2$ b) $7^{\mathrm{x}+1} + \left(\frac{1}{7}\right)^{-\mathrm{x}-2} - 3.\,7^{\mathrm{x}} = \frac{53}{49}$

Ejercicio 7 (1,5 ptos.)

Una profesora de literatura tomo registro de la cantidad de palabras que los alumnos leían por minuto de una prueba de velocidad de lectura de palabras:

72 – 54 – 70 – 80 – 40 – 105 – 102 – 71 – 96 – 81 – 58 – 57 – 80 – 81 – 73 – 99 – 57 – 74 – 87 – 48 – 90 – 47 – 109 – 90 – 69 – 79 – 75 – 52 – 72 – 81 – 91 – 56 – 67 – 66 – 79 – 90 – 106 – 100 – 87 – 104 – 75 – 101 – 53 – 98 - 99

a) Armar la tabla de frecuencias, en clases de amplitud 10.

b) ¿Qué porcentaje de alumnos logro leer más de 60 palabras en un minuto?

c) Hallar las medidas de centralización.

d) Hallar las medidas de dispersión. ¿Es homogénea?

INSTITUTO SANTA CECILIA – MATEMÁTICA – Febrero 2016

Criterios de evaluación:

- Interpretación correcta de las consignas.
- Aplicación adecuada y rigurosa de los conceptos vistos durante el año.
- Traducir situaciones problemáticas a lenguaje simbólico.
- Claridad, completitud y precisión de los desarrollos solicitados y en las respuestas.

Ejercicio 1 (1 pto.)

Un lado de un triángulo mide $10{,}5\ m$ y el lado correspondiente de otro triángulo semejante mide $3{,}5\ m$. Si el perímetro del primer triángulo mide $12\ m$ y el área mide $6\ m^2$.

a) ¿Cuánto mide el perímetro del triángulo semejante?

b) ¿Cuánto mide el área del triángulo semejante?

Ejercicio 2 (1,5 ptos.)

Hallar la ecuación principal y general de la elipse cuyo centro es el punto $(2\,,-3)$, su eje mayor es 8, su lado recto es $\frac{9}{2}$ y el eje focal es paralelo al eje y. Graficar y hallar las coordenadas de los focos y los vértices.

Ejercicio 3 (1,5 ptos.)

En una sucesión geométrica el octavo término es 1458 y el quinto es 54. Hallar el primer término, el término general y la suma de los 10 primeros términos.

Ejercicio 4 (1,5 ptos.)

Dados los puntos $\left(2\,,\ \frac{9}{16}\right)$ y $(0\,,\ 1)$ pertenecientes a la función exponencial $f(x) = k\,.\,a^x$:

a) Determinar la expresión de la curva.

b) Determinar el valor de la variable dependiente cuando la variable independiente es igual a -3 y determinar el valor de la variable independiente cuando la variable dependiente es igual a 100.

Ejercicio 5 (1,5 ptos.)

Resolver el siguiente sistema: $\begin{cases} \log_2 \sqrt[3]{x:y} = 1 \\ \log(x+y) + \log(x-y) = \log 252 \end{cases}$

Ejercicio 6 (1,5 ptos.)

Resolver las siguientes ecuaciones: a) $3^{2x} + 2\,.\,3^{x+1} = 7$ b) $\sqrt[x+1]{2^{x+4}} = \sqrt[x]{2^{x+2}}$

Ejercicio 7 (1,5 ptos.)

En un grupo de estudiantes se considera el número de ensayos que necesita cada uno para memorizar una lista de seis pares de palabras. Los resultados fueron: 5 – 8 – 3 – 9 – 6 – 7 – 10 – 6 - 7 - 4 - 6 - 9 – 5 – 6 – 7 – 9 – 4 – 6 – 8 – 7.

a) Armar la tabla de frecuencias.

b) ¿Qué porcentaje de alumnos logro memorizar las palabras en más de 5 ensayos?

c) Hallar las medidas de centralización.

d) Hallar las medidas de dispersión.